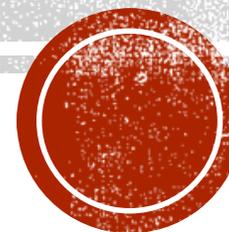


# FLIPPED LEARNING: NON SOLO UNA MODA

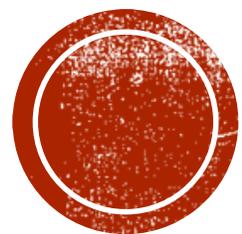
In cosa consiste e come applicarla



# QUESTIONARIO ANONIMO

- Ha mai sentito parlare di *flipped classroom* (classe capovolta) o *flipped learning* (apprendimento capovolto)?
- Se sì, da quali fonti ne è venuta a conoscenza?
- Se dovesse spiegare ad un suo collega di cosa si tratta, cosa direbbe?
- Qual è la sua opinione a riguardo? È solo una moda?

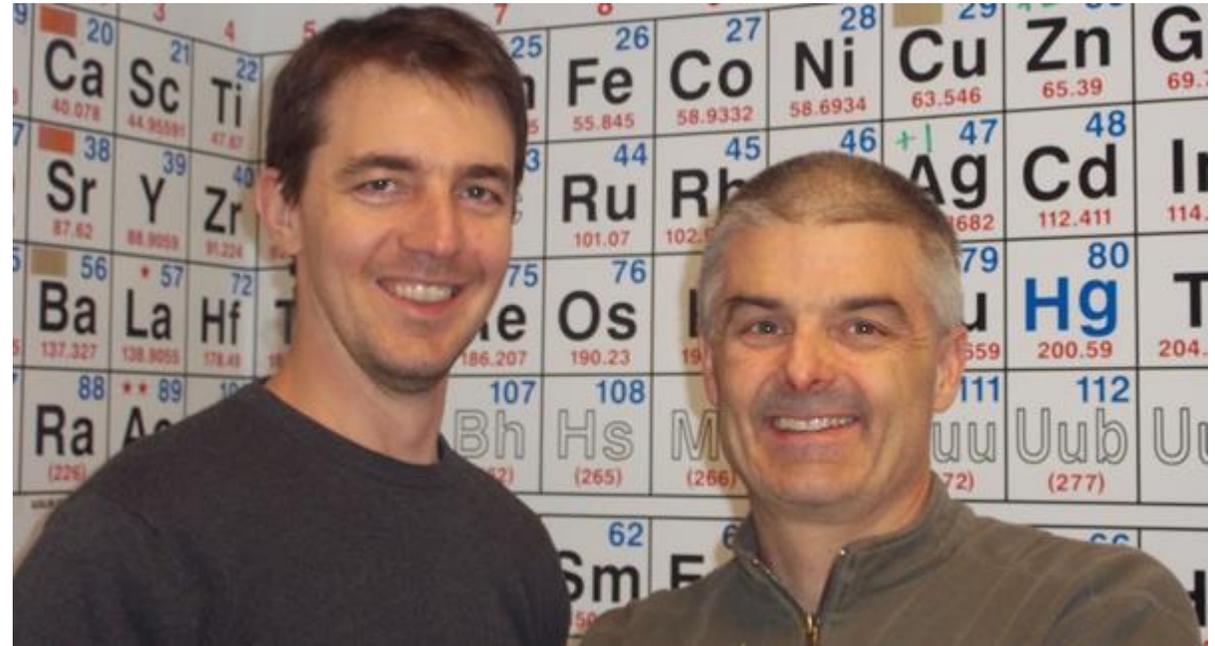




**IN COSA CONSISTE**



# LE ORIGINI



Jonathan Bergmann e Aaron Sams sono due insegnanti di chimica alla Woodland Park High nel Colorado e sono considerati i due pionieri del *flipped learning*. Nel 2012 hanno pubblicato il loro primo libro *Flip Your Classroom: Reach every Student in every Class every Day*.



# LA TERMINOLOGIA

I termini *flipped classroom* (classe capovolta) e *flipped learning* (apprendimento capovolto) non sono interscambiabili. Col primo si intende: spiegazione a casa-compiti a scuola. Questo non può certo essere sinonimo di apprendimento capovolto che invece comporta l'inserimento dei processi di insegnamento-apprendimento in contesti non classici, l'utilizzo di strategie didattiche avvalorate e delle nuove tecnologie.



# LA METODOLOGIA

Il flipped learning è una metodologia didattica legata a un'impostazione di tipo costruttivista. Ciò significa portare nel cuore dell'azione didattica l'apprendimento e i suoi processi, decentralizzando il ruolo dell'insegnante e modificando la trasmissione passiva dei saperi.



# GLI STUDENTI

Gli alunni non recepiscono passivamente i saperi con l'obiettivo di memorizzarli, ma li costruiscono attivamente per sviluppare competenze, assumendosi la responsabilità del proprio apprendimento. Per permettere ciò si sfruttano strategie di active learning come la peer education.



# IL DOCENTE

Il docente si trasforma da saggio e divulgatore della disciplina in guida a supporto degli studenti. Ha così modo di assistere gli alunni individualmente e proprio nella fase più delicata della costruzione delle conoscenze fungendo da facilitatore.



# IL CICLO DI APPRENDIMENTO

Il nuovo ciclo di apprendimento non segue più lo schema classico lezione frontale-studio individuale-verifica finale, ma è scansionato da tre fasi:

- il lancio della sfida;
- la conduzione della sfida;
- la chiusura della sfida.



# LA SFIDA

È noto che uno studente può costruire conoscenza solo se realmente interessato alla risoluzione di ciò che gli è stato proposto. Per questo motivo la costruzione di concetti deve essere motivata e stimolata, inserendola in contesti legati alla quotidianità dei ragazzi.



# IL LANCIO DELLA SFIDA

Il *lancio della sfida*, è il momento in cui bisogna attirare l'attenzione degli studenti attivando il loro interesse attraverso la presentazione di problemi reali, dibattiti provocatori, analisi di casi e ricerche personali. Inoltre in questa occasione è possibile chiarire il contesto o richiamare prerequisiti, fornendo informazioni non esaurienti (video, testo, immagini, file multimediali), sia a casa prima della lezione che in aula.



# LA CONDUZIONE DELLA SFIDA

Gli studenti dovrebbero sentirsi incoraggiati a operare come “piccoli ricercatori” per risolvere le questioni lasciate aperte, sviluppando una mentalità scientifica durante la *conduzione della sfida*. Questa consiste in attività di scoperta e riflessione, applicando strategie cognitive e procedure di indagine specifiche della matematica, producendo anche materiale che potrebbe essere utile in un secondo momento.



# LA CHIUSURA DELLA SFIDA

La *chiusura della sfida* consiste in un dibattito collettivo guidato dall'insegnante che coinvolge l'intera classe non solo con l'obiettivo di chiarire, rendere espliciti e consolidare i contenuti, ma anche di costruire e sviluppare competenze, riflettendo sui processi e sulle strategie attuate. Si tratta dunque di un vero e proprio *debriefing*, che può essere prolungato al di fuori dell'aula prevedendo attività di consolidamento, ulteriori ricerche e pratiche applicative.



# LA VALUTAZIONE

Il processo valutativo, formativo e partecipativo, è integrato nell'intero percorso didattico. La volontà è quella di non analizzare solo i prodotti, ma anche e soprattutto i processi, fornendo frequenti *feedback* in forma di consiglio, piuttosto che di giudizio, per rendere gli studenti in grado di modificare le proprie azioni migliorando le capacità di apprendimento. Non si limita più a un mero accertamento di conoscenze ma alla verifica e lo sviluppo di competenze (valutazione autentica).



Dimensioni	Indicatori	Assente	Poco presente	Presente
<b>Identificazione del problema</b>	Approfondimento iniziale: formula domande per ottenere chiarimenti o informazioni.			
	Comprensione del problema: comprende gli obiettivi da porsi per risolvere il problema.			
	Ricerca di informazioni: raccoglie informazioni pertinenti provenienti da fonti diverse.			
<b>Integrazione e condivisione</b>	Integrazione di conoscenze pregresse: applica conoscenze pregresse e le integra con le nuove informazioni.			
	Condivisione: mette in luce alcuni aspetti dei materiali forniti e li condivide con la classe.			
<b>Organizzazione delle informazioni</b>	Uso delle informazioni raccolte: manifesta intuizioni o riflessioni efficaci per la risoluzione del problema.			
	Costruzione di un framework: inquadra il problema schematizzandolo e strutturandolo e usa questi schemi riformulandoli se necessario.			
<b>Formulazione di ipotesi e strategie risolutive</b>	Progettazione: descrive ipotesi risolutive utilizzando conoscenze pregresse e mostrando ragionamento e/o propone esperimenti per verificarle.			

- Proposta rubrica di valutazione per il lancio della sfida



Dimensioni	Indicatori
<b>Pensiero critico e capacità di risolvere problemi</b>	Capacità di analizzare e valutare situazioni, in particolare affermazioni che gli altri danno per vere. Capacità di riflettere sul significato delle frasi, esaminando le evidenze e formulando giudizi sui fatti.
<b>Ragionamento efficace (uso della ragione per derivare, con metodo, conclusioni dalle premesse)</b>	Capacità di prendere come punto di partenza dei fatti specifici reciprocamente associati e di trarne una proposizione generale (ragionamento induttivo). Capacità di dedurre delle conclusioni a partire da pure ipotesi e non solo da un'osservazione reale e provare in seguito a confermare o confutare la propria ipotesi (ragionamento ipotetico-deduttivo). Capacità di addurre un'unica spiegazione (o poche spiegazioni) tra le tante possibili per un evento che si osserva (ragionamento adduttivo).
<b>Flessibilità mentale</b>	Abilità di vedere elementi di verità da ogni punto di vista di una controversia. Abilità di analizzare argomenti. Abilità di costruire modi coerenti di valutare tali argomenti.
<b>Abilità sociali</b>	Capacità di allacciare interazioni orientate alla crescita tra due o più persone. Capacità di stabilire un equilibrio di mutuo aiuto e responsabilità con l'altro (interdipendenza). Capacità di cooperare e lavorare insieme con uno sforzo cognitivo congiunto. Capacità di scambiare pensieri, messaggi o informazioni scritte, verbali e non verbali che portano alla mutua comprensione. Ascolto attivo dell'altro.
<b>Autogestione</b>	Capacità di organizzare e articolare attività e predisporre gli strumenti operativi. Capacità di usare con profitto il tempo a disposizione. Capacità di essere orientati al compito.

- **Proposta rubrica di valutazione per la conduzione della sfida**



Dimensioni	Livello pieno	Livello adeguato	Livello parziale
<b>Uso degli strumenti</b>	Ha scelto una gran varietà di strumenti e materiali adatti per la realizzazione del progetto e li ha portati con sé.  Ha lavorato in modo molto ordinato, preciso e il prodotto è pienamente comprensibile.	Ha scelto un discreto numero di strumenti e materiali opportuni per la realizzazione del progetto e li ha portati con sé.  Ha lavorato in modo ordinato e il prodotto è abbastanza comprensibile.	Ha scelto un numero piuttosto limitato di strumenti e materiali adatti alla realizzazione del progetto e non tutti li ha portati con sé.  Ha lavorato in modo disordinato e il prodotto non è sempre comprensibile.
<b>Uso del tempo</b>	Ha realizzato la presentazione nel tempo previsto o con limitato scarto. Ha previsto per la comunicazione un tempo coerente col materiale o con i percorsi conoscitivi offerti.	Nel tempo previsto ha realizzato solo parte della presentazione (circa due terzi)/ha finito la presentazione abbastanza in anticipo rispetto al progetto. Ha previsto per la comunicazione un tempo eccessivo o limitato rispetto ai materiali o ai percorsi offerti.	C'è gran discordanza tra tempo previsto e tempo utilizzato per la realizzazione della presentazione (circa metà del tempo)/ha finito la presentazione molto in anticipo rispetto al progetto. Ha previsto per la comunicazione un tempo molto discordante con il materiale o con i percorsi conoscitivi offerti.
<b>Uso delle conoscenze</b>	Ha saputo selezionare tutte le informazioni utili alla comprensione dell'argomento e ha inserito qualche approfondimento opportuno.	Ha selezionato gran parte delle informazioni utili alla comprensione dell'argomento.	Ha selezionato una quantità di informazioni inadeguata alla trattazione dell'argomento.

Dimensioni	Livello pieno	Livello adeguato	Livello parziale
<b>Uso delle procedure</b>	Per la presentazione dell'argomento ha previsto e realizzato una gran varietà di modi (verbale/grafico-simbolico/telematico, ecc.)	Per la presentazione dell'argomento ha utilizzato e realizzato almeno due tipi di modalità: verbale e grafico-simbolico.	Per la presentazione dell'argomento ha previsto solo la modalità verbale di comunicazione.

- **Proposta rubrica di valutazione per la chiusura della sfida**

Cecchinato, G., Papa, R. (2016). *Flipped classroom un nuovo modo di insegnare e apprendere*. Novara: UTET



Contenuti e processi	Programmi d'istruzione che dovranno abilitare gli studenti
Numeri e operazioni	<p>Comprendere i numeri, i modi di rappresentare i numeri, le relazioni tra i numeri ed i sistemi numerici.</p> <p>Comprendere i significati delle operazioni e come si relazionano gli uni con gli altri.</p> <p>Calcolare efficacemente e fare stime ragionevoli.</p>
Algebra	<p>Capire modelli, relazioni e funzioni.</p> <p>Rappresentare e analizzare situazioni e strutture matematiche usando simboli algebrici.</p> <p>Usare modelli matematici per rappresentare e comprendere relazioni quantitative.</p> <p>Analizzare il cambio in diversi contesti.</p>
Geometria	<p>Analizzare le caratteristiche e le proprietà delle forme geometriche in due e in tre dimensioni e sviluppare argomenti matematici su relazioni geometriche.</p> <p>Specificare posizioni e descrivere relazioni spaziali usando la geometria di coordinate ed altri sistemi di rappresentazione.</p> <p>Applicare trasformazioni e usare la simmetria per analizzare situazioni matematiche.</p> <p>Usare la visualizzazione, il ragionamento spaziale e la modellizzazione geometrica per risolvere problemi.</p>
Misura	<p>Comprendere le proprietà misurabili degli oggetti e le unità, i sistemi e i processi di misurazione.</p> <p>Applicare tecniche appropriate, strumenti e formule per determinare misurazioni.</p>
Analisi di dati e probabilità	<p>Formulare questioni che si possono impostare sui dati; raccogliere, organizzare e rappresentare i dati rilevanti per rispondere.</p> <p>Selezionare ed usare metodi statistici appropriati per analizzare dati.</p> <p>Sviluppare e valutare deduzioni e previsioni basati sui dati.</p> <p>Comprendere e applicare concetti di base della probabilità.</p>

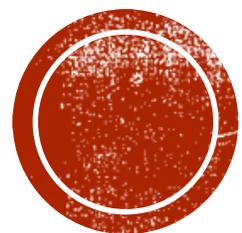
- **Standard sui contenuti matematici dalla scuola d'infanzia alla scuola secondaria di secondo grado**



Contenuti e processi	Programmi d'istruzione che dovranno rendere gli studenti capaci di:
<b>Risoluzione di problemi</b>	Costruire nuova conoscenza matematica per mezzo della risoluzione di problemi. Risolvere problemi che sorgono nella matematica e in altri contesti. Applicare ed adattare una varietà di strategie appropriate per risolvere problemi. Controllare e riflettere sul processo di risoluzione di problemi matematici.
<b>Ragionamento e prova</b>	Riconoscere il ragionamento e la prova come aspetti fondamentali della matematica. Fare e indagare congetture matematiche. Sviluppare e valutare argomentazioni e prove. Selezionare ed usare vari tipi di ragionamento e di metodi di prova.
<b>Comunicazioni</b>	Organizzare e consolidare il proprio pensiero matematico tramite la comunicazione. Comunicare il proprio pensiero matematico in maniera coerente e chiara ai compagni, ai professori o ad altre persone. Analizzare e valutare il pensiero matematico e le strategie degli altri. Usare il linguaggio della matematica per esprimere idee matematiche in maniera precisa.
<b>Connessioni</b>	Riconoscere e usare le connessioni tra le idee matematiche. Comprendere come si relazionano le idee matematiche e come si organizzano in un tutto coerente. Riconoscere ed applicare le idee matematiche in contesti non matematici.
<b>Rappresentazioni</b>	Creare ed usare rappresentazioni per organizzare, registrare e comunicare idee matematiche. Selezionare, applicare e tradurre rappresentazioni matematiche per risolvere problemi. Usare rappresentazioni per modellizzare ed interpretare fenomeni fisici, sociali e matematici.

- **Standard sui processi matematici dalla scuola d'infanzia alla scuola secondaria di secondo grado**





**COME APPLICARLA**



# L'ORIGINE DEL LABORATORIO

Il laboratorio, della durata complessiva di 12 ore, è stato creato nell'ambito del progetto Piano Lauree Scientifiche, organizzato dall'Università degli Studi di Ferrara per le scuole secondarie di secondo grado, sul tema dei Sistemi di Numerazione.

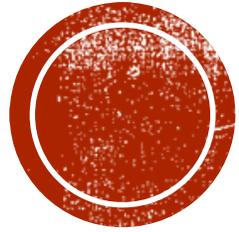


# LA STRUTTURA DEL LABORATORIO

Il laboratorio è composto da tre parti (4 ore ciascuna):

- Sistemi di numerazione nella storia
- Sistema di numerazione decimale
- Sistema di numerazione binario





# **SISTEMI DI NUMERAZIONE NELLA STORIA**



- Il lancio della sfida

L'origine ed il tema di questa immagine, così attuale, potrebbe rendere maggiormente accattivante l'introduzione dell'argomento.



Si farà partire una discussione sull'argomento fino a che non sarà chiara a tutti l'ironia dell'immagine. Si inviterà gli alunni a porsi quesiti riguardanti la discussione appena terminata, che essendo formulate da loro in prima persona dovrebbero provocare un naturale bisogno di soddisfarle. Le domande che dovrebbero emergere sono principalmente due:

- “Perché si chiamano numeri arabi?”
- “Ci sono o ci sono stati altri tipi di numeri?”



Si concederà alla classe una decina di minuti per una ricerca sul web individuale con lo scopo di rispondere ai quesiti selezionati. Si farà seguire una seconda discussione collettiva, chiedendo ai singoli di esporre i risultati delle loro ricerche in modo informale, facendo emergere così i temi principali dell'unità didattica che si andrà poi a sviluppare. Questi temi sono:

- la diffusione del sistema di numerazione indo-arabo in Europa;
- i differenti sistemi di numerazione sviluppati dalle popolazioni nel corso della storia.



## ■ La condizione della sfida

La classe verrà divisa in gruppi formati di quattro o cinque studenti con lo stesso livello disciplinare, secondo la metodologia della *peer collaboration*.

Ad ogni gruppo verrà assegnato il compito di svolgere una ricerca approfondita nel web sul tema dei sistemi di numerazione usati da una delle popolazioni elencate in precedenza durante la discussione della fase iniziale (popolazioni primitive, egiziane, mesopotamiche, greche, romane, cinesi e indiane).



# Numerazione egiziana

## Siti web consigliati:

- C.B.Boyer *Storia della matematica* (file in Cartella Condivisa)  
L'Egitto
- [www-history.mcs.st-and.ac.uk/Indexes/HistoryTopics.html](http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Indexes/HistoryTopics.html)
- [dm.unife.it/storia/index.html](http://dm.unife.it/storia/index.html)

## Domande guida:

- dove e quando si è sviluppata la civiltà egiziana?
- quali reperti storici ci hanno permesso di conoscere e decifrare la loro scrittura?
- che tipo di numerazioni veniva usata?
- come svolgevano le operazioni aritmetiche?
- che scopi aveva la matematica?



## ■ Chiusura della sfida

La discussione finale consisterà nell'esposizione dei lavori di ogni gruppo, seguendo l'ordine cronologico, assicurandosi di toccare i punti nodali segnalati nella scheda di supporto. Sarà inoltre consigliato alla classe di prendere appunti durante la presentazione; questi saranno utili, insieme al materiale preparato e condiviso dal gruppo che presenta, per la compilazione di alcune schede di verifica sull'argomento, a conclusione dell'incontro.



1. Racconta una breve storia del numero 0. (5 punti)
  2. Quale civiltà utilizzava un sistema di numerazione sessagesimale e posizionale? Scrivi una breve descrizione del sistema di numerazione. (3 punti)
  3. Scrivi i numeri 314 e 815 con i simboli egiziani, prova a sommarli e a sottrarli come avrebbero fatto loro. (3 punti)
  4. Cosa si intende con notazione a bastoncino? Descrivilo brevemente contestualizzando la tua risposta. (3 punti)
  5. Cosa hanno in comune la numerazione greca e quella romana? (2 punti)
- Secondo te, perché noi oggi utilizziamo una numerazione posizionale decimale? (giustifica entrambi gli aggettivi) (4 punti)



## ■ Compiti per casa

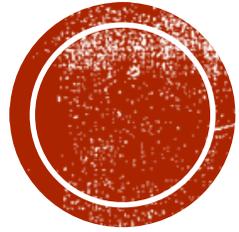
Gli alunni a svolgere individualmente una ricerca sull'argomento non ancora trattato, la *Diffusione della matematica araba in Europa*, guidata dall'insegnante mediante schede di supporto. L'elaborato dovrà poi essere condiviso con l'insegnante via e-mail o con formato cartaceo.



## ■ Valutazione

- Durante l'esposizione degli elaborato svolti in classe hanno ricevuto feedback immediati con la possibilità di modificarli. La rubrica valutativa utilizzata è stata questa.
- Il compito a casa ha ricevuto una valutazione sotto forma di consiglio con la possibilità di migliorare l'elaborato e rispedirmelo.
- La verifica sommativa è stata valutata con metodi standard.





# SISTEMI DI NUMERAZIONE DECIMALE



## ■ Lancio della sfida (1)

Si potrebbe organizzare una gara di velocità nel “far di conto”. Terminata la gara e proclamato il vincitore si può chiedere:

- “Come hai fatto a essere così veloce?”
- “Quale algoritmo hai usato?”
- “Come fai a essere sicuro che il risultato sia giusto?”
- “Perché l'algoritmo funziona?”.



## ▪ La conduzione della sfida (1)

Organizzando piccoli gruppi formati di 2 o 3 elementi con livelli disciplinari differenti, sfruttando la metodologia di *peer tutoring*, l'attività consisterà nell'argomentare le operazioni svolte durante la gara. Si consiglierà di lavorare con la rappresentazione decimale dei numeri (vista nella lezione precedente) e sfruttando le proprietà delle operazioni che si conoscono (ad esempio distributività della moltiplicazione e divisione rispetto alla somma e alla differenza).



$$57 + 34$$

$$5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

$$8 \cdot 10^1 + 11 \cdot 10^0$$

$$8 \cdot 10^1 + (1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0) \cdot 10^0$$

$$8 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

$$9 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$



## ■ Chiusura della sfida (1)

Ogni gruppo dovrà poi presentare alla classe l'argomentazione di uno degli algoritmi delle quattro operazioni. Il tutorando sarà il portavoce, così da assicurarsi la reale comprensione di tutti i membri del gruppo.



## ■ Lancio della sfida (2)

Lo stimolo, pensato per questa seconda parte dell'incontro, consiste in un gioco di prestigio chiamato Il magico 9. La speranza è che, come spesso accade quando si è spettatori di “giochi di magia”, nasca un forte desiderio di comprendere il meccanismo che lo rende possibile.

<https://www.youtube.com/watch?v=ljB5gn4oP6E>



## ■ Conduzione della sfida (2)

Si sfrutteranno nuovamente strategie della *peer education* nella modalità del *peer tutoring*, mantenendo la formazione dei gruppi scelta precedentemente.



Un numero generico in rappresentazione posizionale decimale è della forma

$$X \cdot 10 + Y .$$

Sottraendo a quest'ultimo la somma delle cifre di cui è composto si ottiene

$$\begin{aligned} X \cdot 10 + Y - ( X + Y ) \\ X \cdot 10 + Y - X - Y \\ 9X . \end{aligned}$$

Se  $X = 1$  il risultato è  $9$ , numero composto di una sola cifra, quindi il gioco è giunto al termine con il risultato atteso.

Se  $X > 1$  il risultato  $9X$  sarà un numero composto di due cifre e sarà sicuramente multiplo di  $9$ .

Per il criterio di divisibilità per  $9$  alla richiesta di sommare le cifre di cui è composto si otterrà come risultato proprio il numero atteso.



## ■ Chiusura della sfida

I criteri di divisibilità sono l'altro argomento centrale dell'incontro, essendo importante conseguenza del sistema di numerazione posizionale decimale. I criteri di divisibilità non saranno affrontati nel dettaglio, per la loro difficoltà di trattazione, ma solo studiati come utile strumento matematico durante il *debriefing* .



## ■ Compiti per casa (2)

- Esercitazioni sui criteri di divisibilità

<http://lnx.sinapsi.org/wordpress/2014/12/03/allenati-con-i-criteri-di-divisibilita/>

- Il rinoceronte nero [https://www.youtube.com/watch?v=0voxJyobj\\_k](https://www.youtube.com/watch?v=0voxJyobj_k)

- La super divisibilità

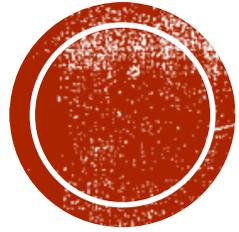
*“Utilizzando una sola volta le cifre 1,2 e 3 gli unici numeri divisibili per 1, 2 e 3 che possiamo formare sono 132 e 312. Utilizzando una sola volta i numeri da 1 a 6, possiamo formare dei numeri che siano divisibili per 1, 2, 3, 4, 5 e 6? Se sì, qual è il più piccolo? Motiva la tua risposta.”*



## ■ Valutazione

- L'argomentazione degli algoritmi delle operazioni ha avuto valutazione formativa.
- Per *Il magico 9*, *Il rinoceronte nero* e *La superdivisibilità* si è seguita questa rubrica di valutazione.





# **SISTEMA DI NUMERAZIONE BINARIO**



## ▪ Lancio della sfida (1)

Lo stimolo scelto è un gioco di prestigio chiamato *Le tracce significative*.

[..\Preparazione attività\Percorso sui sistemi di numerazione\Video Le tracce significative.mp4](#)

Ogni operazione di ridistribuzioni dei mazzetti equivale a dividere per due il numero di carte di cui sono formati, il quoziente della divisione corrisponde al numero di carte che vengono posizionate sulla linea successiva a sinistra, mentre il resto è dato dal numero di carte che rimangono sulla linea di partenza. L'intero procedimento è un'applicazione pratica della conversione di un numero decimale in codice binario.



## ■ Conduzione della sfida (1)

L'attività sarà da svolgere individualmente. Lo scopo non è quello di giungere alla comprensione del trucco che sottende, ma si vuole solo che gli studenti mettano in relazione i passaggi del gioco con le procedure matematiche che ne conseguono, giungendo inconsapevolmente alla scoperta del processo di conversione di un numero decimale in binario.



Compila la seguente tabella annotando il numero di carte presenti nei mazzetti presenti sulle linee verticali (quando ci sono):

<b>Linee da destra</b>	<b>6°</b>	<b>5°</b>	<b>4°</b>	<b>3°</b>	<b>2°</b>	<b>1°</b>
Numero carte all'inizio						
Numero carte dopo il primo ciclo						
Numero carte dopo il secondo ciclo						
Numero carte dopo il terzo ciclo						
Numero carte dopo il quarto ciclo						
Numero carte dopo il quinto ciclo						

Dimentichiamoci per un secondo del gioco di prestigio e analizziamo la tabella.

Cosa posso osservare?

Cosa accade passando dalla prima alla seconda riga? E dalla seconda alla terza? E...?



## ■ Chiusura della sfida (1)

Si condurrà una discussione guidata dal docente per presentare la soluzione del gioco e quindi introdurre il sistema di numerazione binario. Si forniranno informazioni utili al proseguimento dell'attività didattica mediante una breve lezione dialogata volta alla presentazione dell'argomento.



## ■ Lancio della sfida (2)

Lo stimolo scelto per questa seconda parte consiste in un gioco di strategia, *Il gioco del Nim*. Si mostrerà un video che illustra le regole del gioco e si inviteranno gli studenti a disporsi in coppie, così da poter provare il gioco. Lo spirito di competizione dovrebbe far emergere in loro il desiderio di conoscere la strategia vincente; questa sarà illustrata in una breve lezione dialogata.

[..\Preparazione attività\Percorso sui sistemi di numerazione\Video Il gioco del Nim.mp4](#)



## LA STRATEGIA VINCENTE

La situazione presente sul tavolo dopo ogni mossa può essere rappresentata da una quadrupla  $(a_1, a_2, a_3, a_4)$ , detta posizione, contenente in ordine le quantità di fiammiferi delle varie colonne. Ad esempio la posizione iniziale del gioco preso in esame sarà indicata con  $(1, 3, 5, 7)$ ; dopo ogni mossa la posizione si modificherà in base alla scelta fatta dal giocatore. Appare quindi evidente che esiste una sola posizione terminale, ovvero  $(0, 0, 0, 0)$ .

In questa versione del gioco esiste una strategia vincente per il secondo giocatore.

**Questo deve muovere i fiammiferi in modo da lasciare al proprio avversario una posizione tale che, trasformati in codice binario  $a_1, a_2, a_3, a_4$ , e sommandoli quest'ultimi tra loro con la somma-Nim, il risultato sia nullo.**

<b>Somma Nim:</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	0	1
<b>1</b>	1	0



## ■ Conduzione della sfida (2)

L'attività didattica sfrutterà la strategia della *peer collaboration*, suddividendo la classe in gruppi di 4 elementi con il medesimo livello disciplinare. Ad ogni gruppo verrà affidato del materiale riguardante una delle tre varianti più famose del gioco del Nim.

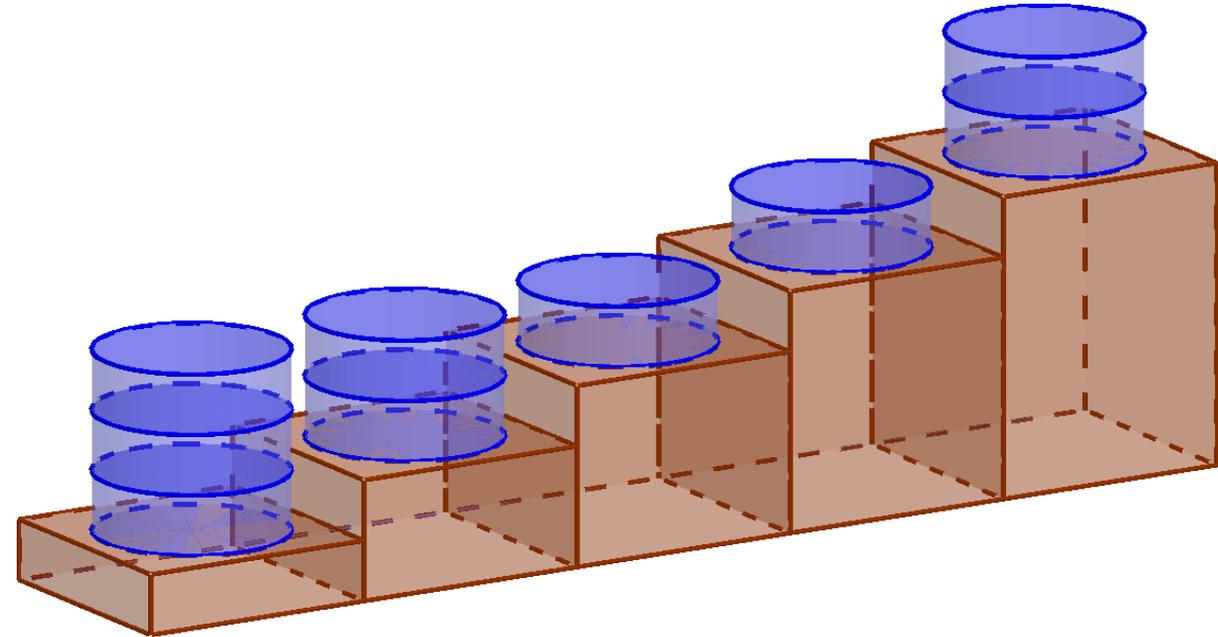


## Nim a scala

### Regole e Strategia

Si ha a disposizione, nel nostro esempio, una scala di 5 gradini con 9 monete poste su alcuni di questi, come mostrato in figura. Ogni mossa consiste nello spostare un certo numero di monete a scelta, da un minimo di uno fino a tutta la pila, da un gradino a quello immediatamente sottostante. Quando le monete giungono a terra vengono eliminate dal gioco. Il gioco termina quando tutte le monete raggiungono il suolo e vince chi sposta l'ultima moneta. Ogni posizione del gioco può essere indicata con  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ , in cui  $a_i$  è il numero di monete impilate sul  $i$ -esimo gradino, considerando il suolo come  $a_0$ . Nell'esempio in figura la posizione iniziale è data da  $(3, 2, 1, 1, 2)$ .

La strategia vincente consiste nel considerare  $(a_1, a_3, \dots, a_5)$  come una posizione del gioco del Nim (quindi prendendo in considerazione il numero di monete impilate solo sui gradini dispari), e quindi applicare la sua strategia vincente sulla terna ottenuta. Nel nostro esempio la terna sarà  $(3, 1, 2)$ , ed è semplice osservare che, una volta convertiti in binario, la loro somma-Nim è nulla, quindi la strategia sarà vincente per il secondo giocatore. Esempio posizione iniziale del Nim a scala.



## Consegna

Dopo aver letto le regole e la strategia del Nim a scala, verificatene l'effettiva comprensione sfidandovi a coppie in questo gioco. Preparate una presentazione di circa 10 minuti per spiegare ai compagni il gioco del Nim a scala.

Provate infine proporre alcuni esempi di posizioni iniziali per cui, se il secondo giocatore conosce la strategia vincente sarà assicurata la vittoria. Proponete altri esempi in modo che ciò sia vero per il primo giocatore. Avrete naturalmente la possibilità di variare il numero di gradini e il numero di monete in gioco.



## ■ Chiusura della sfida (2)

Ogni gruppo presenterà la propria ricerca ed i propri elaborati alla classe in una decina di minuti. Gli altri studenti saranno poi invitati a intervenire ponendo domande, facendo osservazioni, critiche, ecc.



## ■ Valutazione

- L'attività riferita a *Le tracce significative* non è stata valutata.
- L'attività riferita alle varianti del gioco del Nim è stata valutata seguendo rubriche valutative come quelle già mostrate.



# BIBLIOGRAFIA

- Bergmann, J., Sams, A. (2012). *Flip Your Classroom: Reach every Student in every Class every Day*. Eugene, OR: International Society for Technology in Education.
- Boyer, C.B. (1976). *Storia della matematica*. Milan: Isedi
- Cecchinato, G., Papa, R. (2016). *Flipped classroom un nuovo modo di insegnare e apprendere*. Novara: UTET
- D'Amore, B., D. Godino, J., et all. (2003). *Competenze in matematica: una sfida per il processo di insegnamento-apprendimento*, Bologna: Pitagora
- Eugeni, F., Mascella, R., Tondini, D. (2001). Un'applicazione del calcolo binario: il gioco del NIM, *Periodico di Matematiche*, VIII, 1(4)
- Peres, E. (2006). *L'elmo della mente. Manuale di magia matematica*, Milano: Salani Editore

